

基于 COMSOL 方程建模的热湿耦合传递模型求解方法

李复翔¹, 陆筱慧¹, 孟庆林¹, 李琼¹

1.华南理工大学亚热带建筑科学国家重点实验室, 广东省, 广州

摘要: 针对我国南海地区热带海洋性气候下的建筑围护结构, 本文建立了一维瞬态热湿耦合传递模型, 并利用 COMSOL 数学模块中的偏微分方程接口进行求解; 采用 HAMSTAD 实验数据对模型进行验证, 模型计算结果与基准实验数据取得了良好的一致性, 可进一步用于研究高湿条件下的热湿耦合传递过程。

关键词: 极端热湿; COMSOL PDE; 热湿耦合

A Method for Solving the Heat and Moisture Coupled Transfer Model Based on COMSOL Equation Modeling

Li fuxiang¹, Lu xiaohui¹, Meng Qinglin¹, Li Qiong¹

1. State Key Laboratory Subtropical Building Science, South China University of Technology, Guangdong province, Guangzhou

Abstract: Focusing on the building structure under the Tropical maritime climate in the South China Sea islands, this paper established a one-dimensional transient heat and moisture coupled transfer model, and used the COMSOL PDE to solve it; there is a very good agreement between the model calculation results and HAMSTAD Benchmark data; the model can be used to simulate the heat and moisture transfer in high humidity areas.

Keywords: extreme hot and humidity; COMSOL PDE; heat and moisture coupled transfer

引言

我国南海地区常年高温、高湿、大风速、强太阳辐射, 处于这样的极端热湿气候条件下的建筑围护结构承受着远高于中高纬度内陆地区的热湿压力^[1], 导致建筑能耗居高不下, 隔热保温材料受潮失效问题层出不穷。在我国现有建筑热工设计标准体系中, 未将热湿传递之间的耦合作用进行考虑, 这对于干燥、低湿地区这一做法尚能满足工程基本需要, 但对高湿地区尤其处于极端热湿气候下的南海地区, 围护结构设计会严重失真, 在建筑的后续使用过程中带来诸多的问题。传统的热湿耦合迁移模型由于湿驱动势的选择使得热湿迁移模型在高湿地区无法使用, 因此, 探究适合极端热湿气候下围护结构热湿耦合传递模型具有重要的科学价值和实际意义。

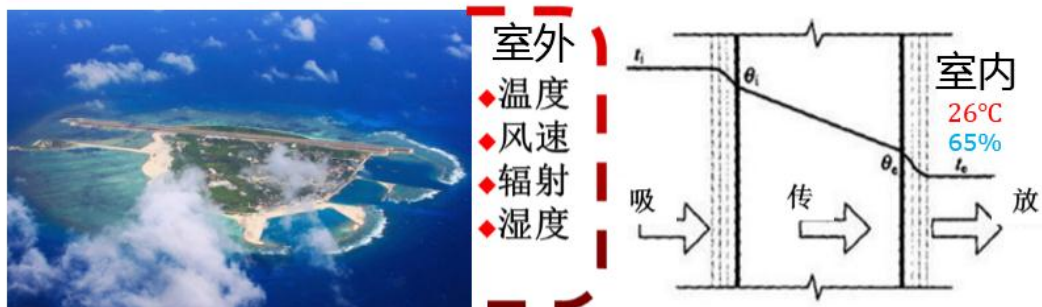


图 1 极端热湿气候去热湿耦合传递过程

模型建立与求解

围护结构材料多属于多孔材料类型，其内部热质迁移过程是典型的多孔介质热质迁移过程，在选取毛细压力作为驱动势并做对数处理后^[3]，热湿耦合迁移过程的控制方程如下：

$$\frac{\partial w}{\partial p_c} \cdot \frac{\partial p_c}{\partial Lpc} \cdot \frac{\partial Lpc}{\partial t} = \nabla \left(\left(\delta_v \cdot \varphi \cdot \frac{\partial P_s}{\partial T} \right) \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \left(-\delta_v \cdot P_s \cdot \frac{\varphi}{\rho_w \cdot R_v \cdot T} \cdot \frac{\partial P_c}{\partial Lpc} - D_l \cdot \frac{\partial p_c}{\partial Lpc} \right) \cdot \frac{\partial Lpc}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$(\rho \cdot c + c_w \cdot w) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \left[\left(\lambda + \delta_v \cdot L \cdot \varphi \cdot \frac{\partial P_s}{\partial T} \right) \cdot \frac{\partial T}{\partial x} - \left(\delta_v \cdot L \cdot P_s \cdot \frac{\varphi}{\rho_w \cdot R_v \cdot T} \cdot \frac{\partial P_c}{\partial Lpc} \right) \cdot \frac{\partial Lpc}{\partial x} \right] \quad (2)$$

式中， w 为材料的体积含湿量， kg/m^3 ； t 为时间， s ； D_l 是液态水传导系数， $\text{kg}/(\text{Pa} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s})$ ； P_c 为液态水毛细压力， Pa ； δ_v 为水蒸气传导系数， $\text{kg}/(\text{Pa} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s})$ ； ρ_w 为液态水密度， $1000\text{kg}/\text{m}^3$ ； R_v 为水蒸气气体常数， $462\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ； T 为材料温度， K ； φ 为相对湿度； P_s 为水蒸气饱和分压力， Pa ； ρ 为材料密度， kg/m^3 ； c 为材料比热， $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ； L 为水的汽化潜热， $2.5 \times 10^6/\text{kg}$

针对南海地区极端热湿气候的室外边界条件如下所示：

$$q_e = h_e \cdot (T_e - T_{se}) + q_l + q_r + q_s + q_{rain} \quad (3)$$

$$g_e = \beta_e \cdot (\varphi_e P_{s,e} - \varphi_{s,e} P_{s,e}) + g_{rain} \quad (4)$$

而室内边界条件则可表示成如下：

$$q_i = h_i \cdot (T_{si} - T_i) + L \cdot \beta_i \cdot (P_{s,si} - P_{s,i}) \quad (5)$$

$$g_i = \beta_i \cdot (\varphi_{s,si} P_{s,si} - \varphi_{s,i} P_{s,i}) \quad (6)$$

h_e 为外表面对流换热系数， T_e 为环境温度， T_{se} 为外表面温度， q_l 为蒸发潜热， q_r 为长波辐射， q_s 为太阳辐射， q_{rain} 为雨水降温作用带来的热流； β_e 为外表面对流传质系数， $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Pa})$ ； φ_e 为室外环境相对湿度； $P_{s,e}$ 为室外环境水蒸气饱和分压力， Pa ； $\varphi_{s,e}$ 为外表面相对湿度； $P_{s,se}$ 为外表面水蒸气饱和分压力， Pa ； g_{rain} 为表面降雨量， $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ； h_i 为内表面对流换热系数； T_{si} 为内表面温度； T_i 为室内温度； L 为水的汽化潜热； β_i 为内表面对流传质系数， $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Pa})$ ； $P_{s,si}$ 为内表面水蒸气饱和分压力， Pa ； $P_{s,i}$ 为室内水蒸气饱和分压力， Pa ； β_i 为内表面对流传质系数， $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Pa})$ ； $\varphi_{s,si}$ 为内表面相对湿度； $P_{s,si}$ 为内表面水蒸气饱和分压力， Pa ； $\varphi_{s,i}$ 为室内相对湿度； $P_{s,i}$ 为室内水蒸气饱和分压力， Pa 。

由此，热湿耦合传递模型建立完成，针对这样一个非线性强耦合的偏微分方程组，如果直接采用编程手动离散，不仅要求很高的数学功底，且费时费力容易出错。COMSOL 数学模块为这种问题提供了一种较为便捷的方法，即采用模块中系数型偏微分方程接口，将方程中的系数与接口提供的系数一一对应，设置相应的边界条件即可实现求解。

利用 PDE 接口的求解方法

针对上述方程在 COMSOL 中求解，需要首先将上述控制方程写成与接口方程对应的矩阵形式，如下所示：

$$\begin{bmatrix} \rho \cdot c + c_w \cdot w & 0 \\ 0 & \frac{\partial w}{\partial p_c} \cdot \frac{\partial p_c}{\partial Lpc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial t} \\ \frac{\partial Lpc}{\partial t} \end{bmatrix} = \nabla \left[\begin{pmatrix} \lambda + \delta_v \cdot L \cdot \varphi \cdot \frac{\partial P_s}{\partial T} & -\delta_v \cdot L \cdot P_s \cdot \frac{\varphi}{\rho_w \cdot R_v \cdot T} \cdot \frac{\partial P_c}{\partial Lpc} \\ \delta_v \cdot \varphi \cdot \frac{\partial P_s}{\partial T} & -\delta_v \cdot P_s \cdot \frac{\varphi}{\rho_w \cdot R_v \cdot T} \cdot \frac{\partial P_c}{\partial Lpc} - D_l \cdot \frac{\partial p_c}{\partial Lpc} \end{pmatrix} \cdot \nabla \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial t} \\ \frac{\partial Lpc}{\partial t} \end{bmatrix} \right] \quad (7)$$

$$e_a \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla \mathbf{u} - \alpha \mathbf{u} + \gamma) + \beta \cdot \nabla \mathbf{u} + \mathbf{a} \mathbf{u} = \mathbf{f}$$

$$\mathbf{u} = [T, Lpc]^T \quad (8)$$

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial x} \right]$$

将上述模型各项系数与软件对应起来得到系数矩阵：

$$d_a = \begin{bmatrix} \rho \cdot c + c_w \cdot w & 0 \\ 0 & \frac{\partial w}{\partial p_c} \cdot \frac{\partial p_c}{\partial L_{pc}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_T(L_{pc}, T) & 0 \\ 0 & B_L(L_{pc}, T) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$c = \begin{bmatrix} \lambda + \delta_v \cdot L \cdot \varphi \cdot \frac{\partial P_s}{\partial T} & -\delta_v \cdot L \cdot P_s \cdot \frac{\varphi}{\rho_w \cdot R_v \cdot T} \cdot \frac{\partial P_c}{\partial L_{pc}} \\ \delta_v \cdot \varphi \cdot \frac{\partial P_s}{\partial T} & -\delta_v \cdot P_s \cdot \frac{\varphi}{\rho_w \cdot R_v \cdot T} \cdot \frac{\partial P_c}{\partial L_{pc}} - D_1 \cdot \frac{\partial p_c}{\partial L_{pc}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}(L_{pc}, T) & D_{12}(L_{pc}, T) \\ D_{21}(L_{pc}, T) & D_{22}(L_{pc}, T) \end{bmatrix} \quad (10)$$

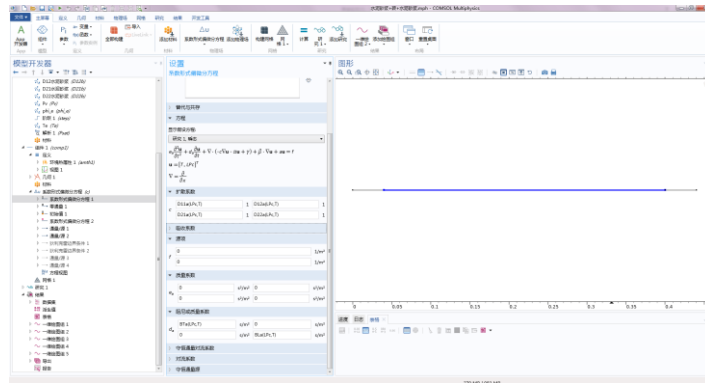


图 2 PDE 接口设置窗口

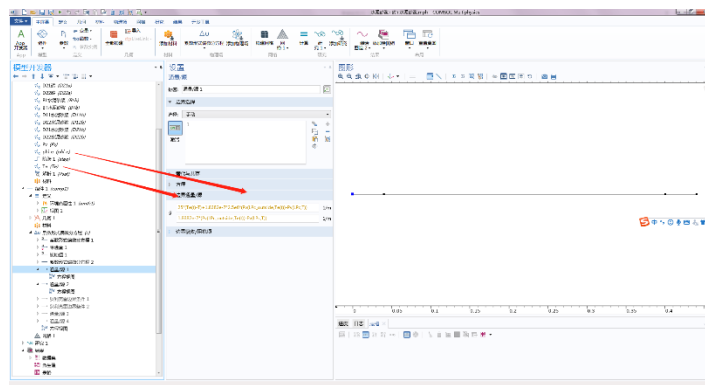


图 3 边界条件设置

如图 2 所示，将其余系数均设置为 0，系数矩阵中所有元素都是关于 L_{pc} 和 T 的二元函数，即系数会不断随墙体内部的热湿状况变化而变化，将系数在变量中设置完成后输入到相应的位置中，即可完成方程的设置；对于复杂的室外气象中温度、湿度、太阳辐射、降雨等各项从气象文件提取后分别采用插值拟合输入到边界条件如图 3 所示；模拟时间根据所需要模拟的时间段进行具体设置；网格划分选择建议选择细化以获取更加精确的结果。

模型验证

为验证基于 COMSOL 数学模块接口所提出的围护结构热湿传递方程的有效性，本节采用 HAMSTAD 基准案例进行验证分析。HAMSTAD 是由欧盟发起的一项针对建筑材料中围护结构传热、传湿、以及空气传递的开放性实验平台，可利用该平台所得实验数据进行数值模型科学性和准确性验证。将本文围护结构热湿耦合传递性模型计算结果相应时间基准结果比对，结果显示模型具有良好的准确性。

本文主要选择 Benchmark 2、3、5 来进行案例的验证，Benchmark 2 分析了单层各项同性墙体的等温干燥过程，Benchmark 3 分析了单层墙体下在两侧均为稳态边界条件下，湿空气在单层墙体中的渗透过程，Benchmark 5 分析了空调房间在室外动态边界条件下，带有气阻层的多层墙体内部的热湿迁移过程，按照物性参数、边界条件设置模型系数后，具体结果如下所示。

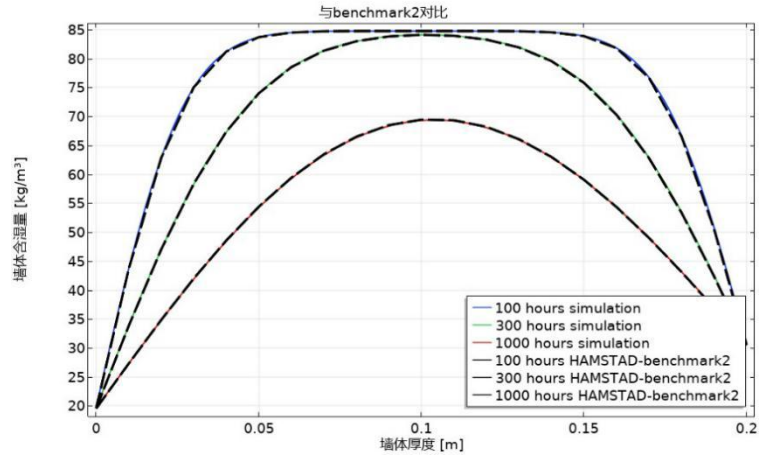


图 4 模型计算结果与 Benchmark2 对比

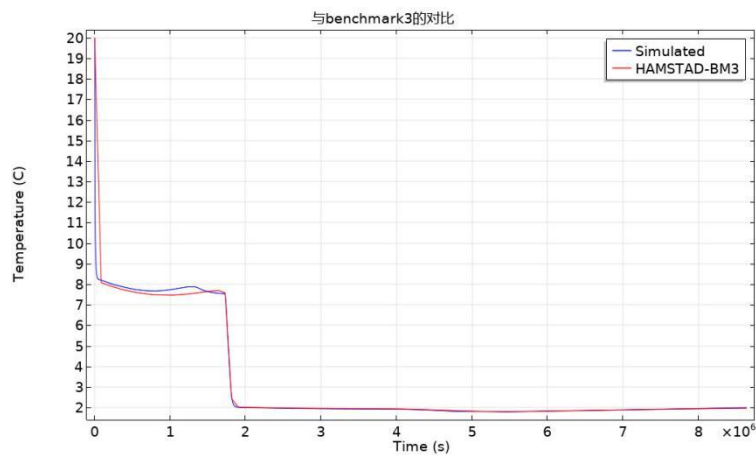


图 5 模型计算结果与 Benchmark3 对比

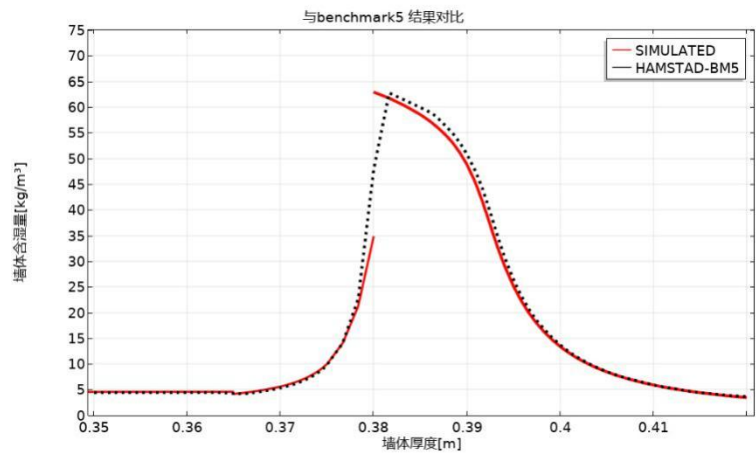


图 6 模型计算结果与 Benchmark5 对比

Benchmark 2 的工况有解析解，从图 4 可以看出沿墙体厚度的含湿量分布在第 100h、300h、1000h 模型仿真结果与解析解高度吻合；从图 5 可以看出，Benchmark 3 的工况在模拟开始后，温度出现两次骤降，这是由于该工况在这些时刻分两次引入了 30Pa 的压差，从而使得湿空气在墙体中的流动状况发生改变，墙体 0.19m 处的温度随着热湿传递的进行达到稳定，模型计算结果与实验数据基本一致，可以看出模型可以对稳态热湿边界条件下的单纯的空气渗透作用实现很好的模拟；在图 6 Benchmark 5 计算工况下，沿墙体厚度方向的含湿量分布模型计算结果在连续层处与实验结果高度吻合，在两层材料相交的地方，由于材料各自的等温吸放曲线不连续，使得含湿量曲线出现断开与实验结果未能取得一致。总体而言，采用本模型

模型的计算结果基本满足热湿耦合模拟的需要，可为进一步设计符合极端热湿气候下的围护结构构造提供参考。

结论与展望

本文以 COMSOL Multiphysics 数学模块系数型偏微分方程接口为求解工具，为针对我国南海地区所建立的围护结构热湿耦合传递模型进行了求解，通过与 HAMSTAD 基准案例作比对，证明了该模型的准确性，可进一步用于该地区高湿气候下的热湿耦合模拟，同时也说明了系数型偏微分方程接口在解决这类非线性、强耦合偏微分方程组所描述的多物理场问题的灵活性和有效性。

在下一步的工作中，将在边界条件中增加太阳辐射、降雨、长波辐射、风速项，并且考虑该地区盐雾气候的影响，即多物理场模型增加描述盐分迁移的偏微分方程及相应边界条件使得模型更加符合实际情况。

参考文献

- [1]. 董浩. 极端湿热气候状况下空调房间外墙热湿传递特性研究[D]. 西安建筑科技大学, 2017.
- [2]. Pedersen C R. Prediction of moisture transfer in building constructions[J]. Building and Environment, 1992, 27(3): 387-397.
- [3]. Goesten S, Schellen H L, van Schijndel A W M, et al. Hygrothermal simulation model: Damage as a result of insulating historical buildings[J]. MSc report Eindhoven University of Technology, 2016.